

Polinom Fonksiyonlar

~ 66~

$i = 0, 1, \dots, n$ ve $a_i \in \mathbb{R}$ olu.

$$p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$$

biçimindeki fonksiyonlara polinom fonksiyonlar denir. ve en önemli özellik $T(p) = \mathbb{R}$ yani polinomların tüm \mathbb{R} için tanımlı olmasıdır. $n \rightarrow$ polinomun derecesi, a_0, a_1, \dots, a_n polinomun katsayıları.

Ör:

$n=1$ olması halinde $p(x) = ax + b$ yazılır ve doğru denklemini ifade eder.

$n=2$ olması halinde ise $p(x) = ax^2 + bx + c$ yazılır ve parabol denklemini ifade eder.

* Polinomlarda fonksiyonlarda terimlerin toplama, çıkarma, bölme işlemlerinin heberi yapılabilir.

* Polinomlarda eşitlik terimlerin aynı dereceli x -li terimlerin katsayılarının birbirine eşitlenmesidir.

* Polinomlarda bölme işlemi

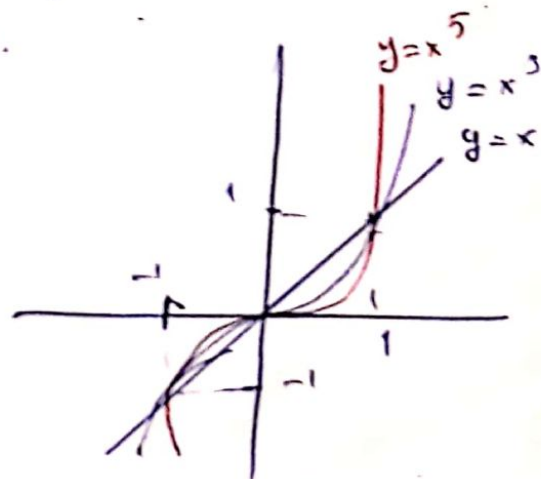
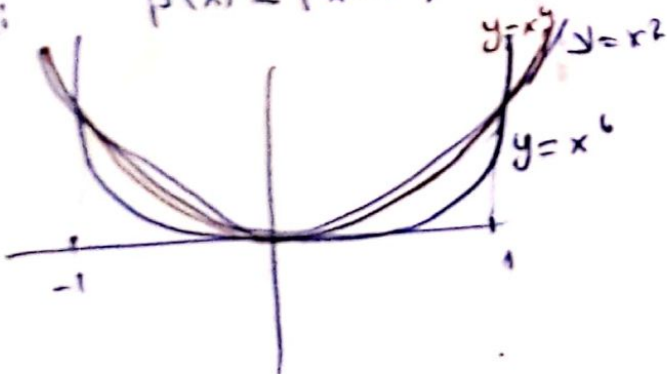
$$\begin{array}{r} P(x) \overline{) Q(x)} \\ \hline R(x) \end{array}$$

:faden! geçerlidir. Yani $P(x) = Q(x) \cdot R(x) + K(x)$ şeklinde yazılır.

* İki polinom fonksiyonun toplamı ve çarpımı yine bir polinom fonksiyondur.

* Eğer r sayısı n . dereceden bir polinomun. m katlı kökü (sıfır yeri) ise $n-m$. dereceden öyle bir q polinomudur ki

$$p(x) = (x-r)^m \cdot q(x) \text{ olur.}$$



TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

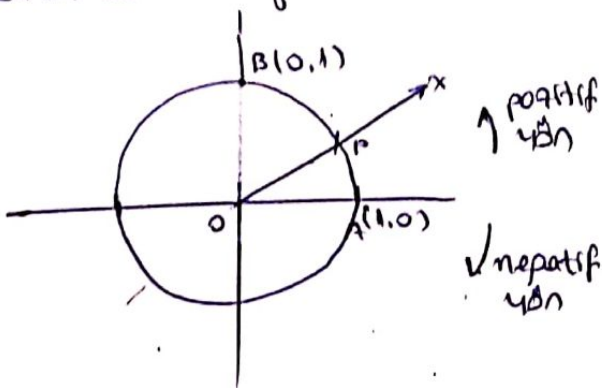
4. Bromo Camphor Yaglaya ve Acil Chloridi

Derece: Bir altın acının 90 eşit parçaya bölünmesiyle elde edilen acının ölçüsüne 1 derece denir. Bir derecenin 60 da birine bir dakika, 1 dakikanın 60'ına bir saniye denir. $42^{\circ} 36' 3''$ il.g.

Grad: Bir litre suyun 100 ert paraya bölünerek elde edilen suyun ölçüsüne 1 grad denir. 1 g) ile göst.

Radyan: Bir cık aqın $\pi/2$ de bırne br radyan denır. $\pi = 314 \dots$

Birim cemberi gözden geçireceğiz.



Bismut gemessen gewesen 2 fl. dr.

\cap_{AB} 47 unluqu $\pi/2$ dir.

Birim cember üzerinde \widehat{AP} yayının uzunluğu 1 br. olacak şekilde bir P noktası alalım. Böylece elde edilen \widehat{AOP} açısının ölçüsüne 1 radyanlık

merket ağı dentir. Daha penel bir ifade ile herhangi bir cemberde kendi yarıçapına eşit uzunlukta bir yay 1 radyanlık yay, bu yay üzerindeki merket ağıya da 1 radyanlık ağı dentir.

<u>Derece</u>	<u>Grad</u>	<u>Radyan</u>
90	100	$\pi/2$
180	200	π
270	300	$3\pi/2$
360	400	2π

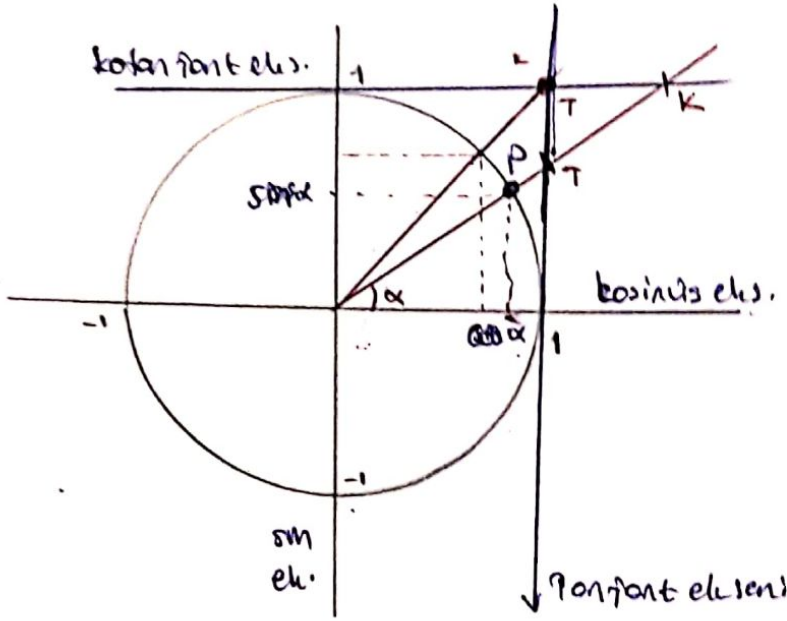
ÖRNEK: 135° kaç radyandır.

$$\begin{array}{r} 90 \\ 135 \end{array} \times \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{100}{x} \times \frac{\pi/2}{\pi/25} = 8.$$

$$\frac{\pi/25 \text{ kas derece}}{\pi/2} = 90$$

Birim Cember



$$P(x, y) = (\cos \alpha, \sin \alpha)$$

$$T(1, y) = (1, \tan \alpha)$$

$$K(x, 1) = (\cot \alpha, 1)$$

Merkezi orijinde r yarıçapı 1 br. olan çemberi alalım. Bir kenarı OP olan ve ölçüsü α olan açığı alalım. P noktasının apsisi $\cos \alpha$, ordinatı $\sin \alpha$ olarak tanımlar. Böylece her bir α açısı için $\cos \alpha$ ve $\sin \alpha$ değerleri vardır.

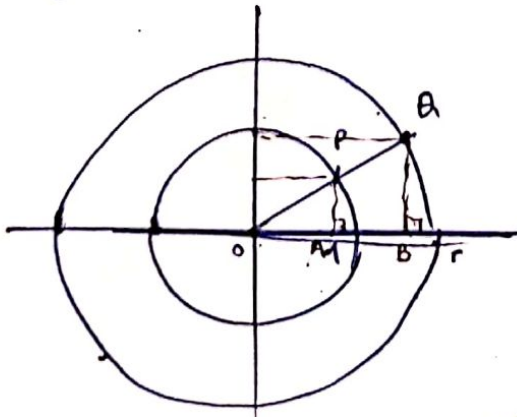
$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1 \quad \text{ve} \quad -1 \leq \sin \alpha \leq 1 \quad \text{dir.}$$

(x, y) ile $(x, -y)$ simetrik olduklarından

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad \text{ve} \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

elde edilir. Yani kosinus çift, sinus tek fonksiyondur.

r yarıçaplı herhangi bir çember ve birim çember çzelir.



$$\sin \theta = \frac{|AP|}{|OP|} \quad \cos \theta = \frac{|OB|}{|OB'|}$$

iki üçgenin benzerliklerinden

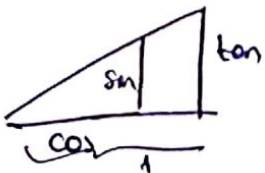
$$\frac{|OA|}{|OB|} = \frac{|OP|}{|OB'|} = \frac{|AP|}{|PB'|}$$

$$\frac{|OA|}{|OB|} = \frac{1}{r} \Rightarrow |OA| = \frac{|OB|}{r}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{komşu}}{\text{hip.}}$$

$$\frac{|AP|}{|OB|} = \frac{1}{r} \Rightarrow |AP| = \frac{|OB|}{r}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{karşı}}{\text{hip.}} \quad \text{olarak yazılır.}$$



sinüs ve kosinüsden başka en çok kullanılan diğer 4 oran
~ 69~
tanjant, kotanjant, sekant ve kosekanttır.

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

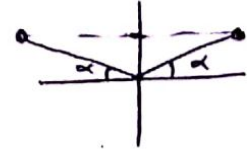
$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

I. Bölge $\cos \alpha < 0$ $\sin \alpha > 0$	I. Bölge $\cos \alpha > 0$ $\sin \alpha > 0$
III. Bölge $\cos \alpha < 0$ $\sin \alpha < 0$	IV. Bölge $\cos \alpha > 0$ $\sin \alpha < 0$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

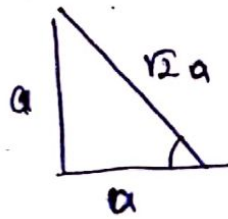
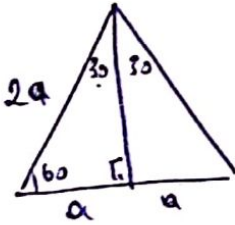
$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$



* Birim cemberden P noktası $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ ise.

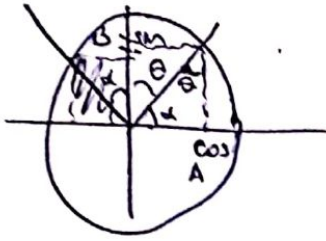
$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

Septenir.



Üçgenlerden faydalanılarak
asgıdaki tablo oluşturulur.

θ	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$	$\cot \theta$
0	0	1	0	tanımsız.
$\pi/6$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1	1
$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$
$\pi/2$	1	0	tanımsız	0



$\alpha + \theta = 90^\circ$ olsun.

$$\cos \alpha = \frac{|OA|}{|OP|}$$

$$\cos \theta = \frac{|OB|}{|OP|}$$

$$\sin \alpha = \frac{|OB|}{|OP|}$$

$$\sin \theta = \frac{|OA|}{|OP|}$$

$$\sin \alpha = \cos \theta \Rightarrow \sin \alpha = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \text{ yazılır.}$$

$$\cos \alpha = \sin \theta \Rightarrow \cos \alpha = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

Benzen işleme

$$\tan \alpha = \cot \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \text{ ve } \cot \alpha = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \text{ dir.}$$

Periyot:

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu tam $f(x+T) = f(x)$ eşitliğini sağlayan bir $T \neq 0$ reel sayı varsa, f fonksiyonuna periyodik fonksiyon ve T reel sayısına bu fonksiyonun periyodu denir.

$f(x+T) = f(x)$ eşitliğini sağlayan en küçük T pozitif reel sayısına fonksiyonun esas periyodu denir.

1. $k \in \mathbb{Z}$ o.ü. $\sin(\alpha + k \cdot 2\pi) = \sin \alpha$ dir.
2. $k \in \mathbb{Z}$ o.ü. $\cos(\alpha + k \cdot 2\pi) = \cos \alpha$ dir.
3. $k \in \mathbb{Z}$ o.ü. $\tan(\alpha + k \cdot \pi) = \tan \alpha$ dir.

ÖRNEK:

$f(x) = x - [x]$ fonksiyonun periyodik midir? Periyodik ise esas periyodunu bulunuz.

m pozitif bir tam sayı ise

$$f(x+m) = x+m - [x+m] = x+m - ([x] + m) = x - [x] = f(x)$$

Bu durumda her pozitif tam sayı birer periyottur. Bunların en küçükü 1 olduğuna göre esas periyot 1'dir. $f(x) = x - [x]$ -m grafiğini 1 bir uzunluğunda bir aralığa çizmek yeterlidir. Diğer parçalar onun kopyası olacaktır. / $[0,1]$ aralığında çiz.

Ters Proporsiyonlu Fonksiyonlar

Tanım:

$f: A \rightarrow B$ bir fonksiyon ve $E \subset A$ olsun.

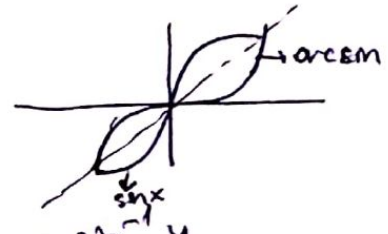
$\forall x \in E$ elemanına $g(x) = f(x)$ elemanını karşılık getiren g fonksiyonuna f -nin E 'ye kısıtlaması denir.

Kısıtlanmada kural değişmemekte, ancak tanım kümesi daraltılmaktadır.

Arcsinx

$f(x) = \sin x$ fonksiyonu $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ aralığına kısıtlanır. deger kimesi olarak $[-1, 1]$ alınırsa, bu fonksiyon 1-1 öten bir fonk olur. Yani

$$f: [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1], \quad f(x) = \sin x$$



$$y = f(x) \Rightarrow y = \sin x \Rightarrow x = f^{-1}(y) = \arcsin y = \sin^{-1} y$$

$$f^{-1}: [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}], \quad f^{-1}(x) = \arcsin x = \sin^{-1} x$$

Fonksiyona sinüs fonk. tersi denir.

Örn: $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}, \arcsin(-\frac{1}{2})$

$$\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = u \Rightarrow \sin u = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow u = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3} \text{ olur.}$$

$$\arcsin(-\frac{1}{2}) = u \Rightarrow \sin u = -\frac{1}{2} \Rightarrow u = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow \arcsin(-\frac{1}{2}) = -\frac{\pi}{6} \text{ olur.}$$

Arccos:

Benzer şekilde, kosinüs fonksiyonunun $[0, \pi]$ aralığına kısıtlanması dan $\cos: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$

Fonksiyonu 1-1 öten old. dan tersi vardır. Buna göre

$$f^{-1}: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi], \quad f^{-1}(x) = \arccos x = \cos^{-1} x$$

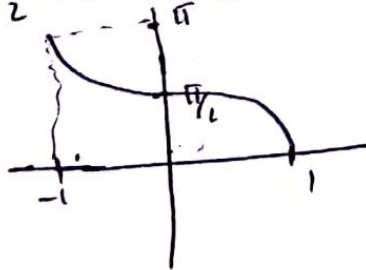
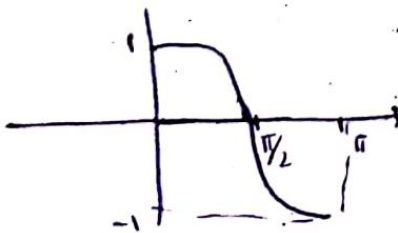
Fonksiyonu kosinüs fonk. ters fonksiyondur.

Örn:

Arccos 1 ve $\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2})$

$$\arccos 1 = u \Rightarrow \cos u = 1 \Rightarrow u = 0 \Rightarrow \arccos 1 = 0 \text{ dir.}$$

$$\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = u \Rightarrow \cos u = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow u = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{5\pi}{6}$$



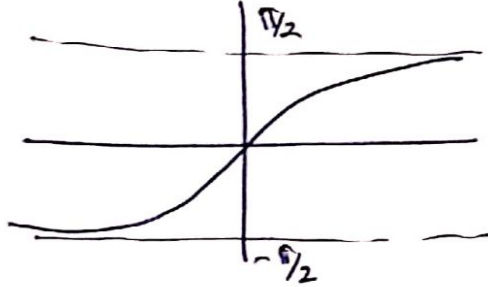
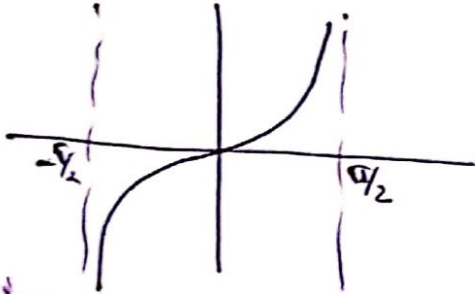
Arctanx :

$f(x) = \tan x$ fonksiyonu $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ aralığında 1-1 ve örten.

Pers fonksiyonu

$$f^{-1} : (-\infty, \infty) \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) , \quad f^{-1}(x) = \arctan x = \tan^{-1} x$$

dairede ifade edilir.



ÖRNEK:

$\arctan \sqrt{3}$ ve $\arctan -1$

$$\arctan \sqrt{3} = u \Rightarrow \tan u = \sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3} \Rightarrow u = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \arctan \sqrt{3} = \frac{\pi}{3} \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$$

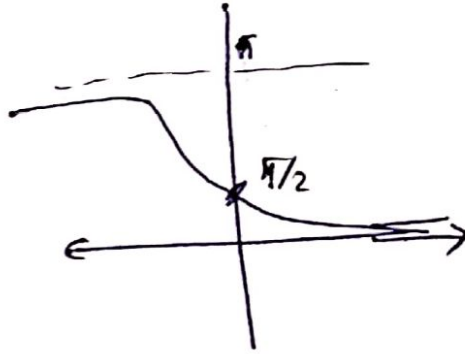
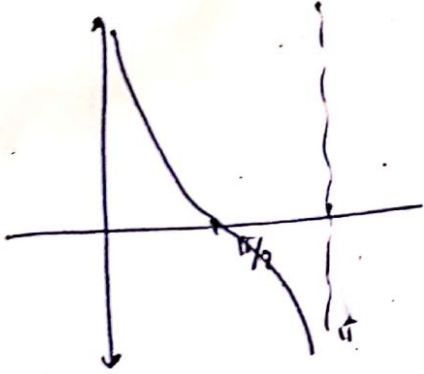
$$\arctan -1 = u \Rightarrow \tan u = -1 \Rightarrow u = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow \arctan -1 = -\frac{\pi}{4} \text{ olur.}$$

Arccot x :

Arkotangant fonksiyonu $(0, \pi)$ aralığında 1-1 ve örten olduğundan bu fonksiyonun bu aralıktaki tersi vardır.

$$f^{-1} : (-\infty, \infty) \rightarrow (0, \pi) , \quad f^{-1}(x) = \operatorname{arccot} x = \cot^{-1} x$$

dairede ifade edilir.



ÖRNEK: $\operatorname{Arccot}(-\frac{1}{\sqrt{3}})$ ve $\operatorname{arccot}(\sqrt{3})$

$$\operatorname{arccot} \sqrt{3} = u \Rightarrow \cot u = \sqrt{3} \Rightarrow u = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \operatorname{Arccot} \sqrt{3} = \frac{\pi}{6}$$

$$\operatorname{arccot}(-\frac{1}{\sqrt{3}}) = u \Rightarrow \cot u = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow u = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \operatorname{Arccot}(-\frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{2\pi}{3}$$